

Kontrol Optimal terhadap Dinamika Penyebaran Penyalahgunaan Narkoba Tingkat Berat pada Model Matematika SAHTR

Nita Anggriani^{1*}, Lilis Handayani², Helen Y. Angmalisang³

^{1,3}Prodi S1 Pendidikan Matematika, Fakultas Matematika, Ilmu Pengetahuan Alam, dan Kebumihan, Universitas Negeri Manado

²Prodi D3 Rekam Medis dan Informasi Kesehatan, STIKES Bakti Nusantara Gorontalo

*e-mail: nita.anggriani@unima.ac.id

ABSTRAK

Penyebaran penyalahgunaan narkoba di Indonesia yang setiap tahunnya semakin meningkat sebesar 24%-28%, terutama dikalangan remaja dimana pada tahun 2018 diperkirakan terdapat 2,29 juta orang berusia 15-35 tahun yang terlibat dalam penyalahgunaan narkoba tersebut. Artikel ini membahas tentang analisis kontrol optimal model matematika penyebaran penyalahgunaan narkoba dengan lima kelas populasi dari pengembangan model yaitu kelas populasi yang rentan menyalahgunakan narkoba atau *Susceptible* (S), tingkat penyalahgunaan narkoba ringan (A), penyalahgunaan tingkat berat (H), penyalahgunaan melakukan pengobatan (T), dan penyalahgunaan mengalami pemulihan (R). Tujuan penelitian ini untuk mengembangkan model penyebaran penyalahgunaan narkoba dengan menggunakan penerapan kampanye dan penguatan terhadap psikologi diri atau konseling setelah individu tersebut melakukan proses penyembuhan. Sistem digunakan pada penelitian ini yaitu prinsip minimum Pontryagin kemudian diselesaikan secara numerik menggunakan metode Forward-Backward Sweep dengan menggunakan software matlab. Akumulasi pengguna narkoba tingkat berat dengan menggunakan metode jumlahan Riemann dengan membandingkan penyalahgunaan narkoba tingkat berat dengan kontrol optimal dan tanpa kontrol. Penggunaan penerapan kampanye dan penguatan terhadap psikologi diri atau konseling pada model matematika penyebaran penyalahgunaan narkoba berhasil menurunkan sebanyak 37,87% jumlah individu terhadap penyalahgunaan narkoba tingkat berat. Hasil simulasi yang diperoleh penerapan kampanye dan penguatan terhadap psikologi diri atau konseling maka penyebaran penyalahgunaan narkoba lebih cepat diberantas ketika sejak awal diberikan jumlah besar. Penerapan kampanye dan penguatan konseling diri pada dinamika penyebaran penyalahgunaan narkoba perlu diberikan jangka waktu yang lama agar terjadi pencegahan penyebaran penyalahgunaan narkoba.

Kata kunci: Model Matematika, Forward-Backward Sweep, Kontrol Optimal, Penyalahgunaan Narkoba, Prinsip Minimum Pontryagin.

ABSTRACT

The spread of drug abuse in Indonesia increases by 24%-28% every year, especially among teenagers where in 2018, it is estimated that 2.29 million people aged 15-35 years were involved in drug abuse. This article discusses the optimal control analysis of a mathematical model for the spread of drug abuse with five population classes from the development of the model, such as the population class that is susceptible to drug abuse or Susceptible (S), light level of drug abuse (A), severe level of abuse (H), abusers undergoing treatment (T), and abusers experiencing recovery (R). The aim of this research is to develop a model for the spread of drug abuse by using campaigns and strengthening self-psychology or counseling after the individual has undergone a healing process. The system used in this research is Pontryagin's minimum principle and then solved numerically using the Forward-Backward Sweep method with Matlab software. The accumulation of heavy drug users uses the Riemann sum method by comparing heavy drug abuse with optimal control and without control. The use of campaigns and strengthening self-psychology or counseling on mathematical models of the spread of drug abuse succeeded in reducing by 37.87% the number of individuals experiencing serious drug abuse. A simulation result obtained from implementing the campaign and strengthening self-psychology or counseling is that the spread of drug abuse is eradicated more quickly when large quantities are given from the beginning. The implementation of campaigns and strengthening self-counseling on the dynamics of the spread of drug abuse needs to be given a long period of time to prevent the spread of drug abuse.

Keywords: Mathematical Model, Forward-Backward Sweep, Optimal Control, Drug Abuse, Pontryagin Minimum Principles

PENDAHULUAN

Narkoba yang dulunya hanya bermanfaat di dunia kedokteran dimana berfungsi sebagai obat. Narkoba yang disalahgunakan untuk keperluan lain maka sangat berbahaya dan akan bersifat racun (Majid, 2020). Narkoba adalah akronim untuk obat-obatan terlarang dan berbahaya. Narkotika, alkohol, psikotropika, dan zat adiktif lainnya biasa disebut sebagai narkoba. Namun, di Indonesia, narkoba diklasifikasikan menjadi tiga kategori: narkotika, psikotropika, dan zat adiktif. Zat atau obat alami, sintesis, atau semi-sintetik yang menginduksi kesadaran dan halusinasi dikenal sebagai narkotika. Mengonsumsi terlalu banyak obat-obatan ini dapat menyebabkan kecanduan. Bahan-bahan dalam obat dapat menimbulkan dampak negative bagi Kesehatan jika digunakan secara tidak benar. Prevalensi penyalahgunaan narkoba di seluruh dunia bahkan di Indonesia merupakan bagian dari pola perilaku Masyarakat yang menggunakan narkotika, zat adiktif, dan psikotropika tidak melalui petunjuk tenaga medis atau (dr. Pittara, 2022).

Faktor umum terjadinya penyalahgunaan narkoba adalah minat yang meningkat, yang kemudian berubah menjadi rutinitas. Selain itu, faktor lain yang menyebabkan seseorang menyalahgunakan narkoba antara lain masalah kehidupan dan pertemanan dengan lingkungan ketergantungan penggunaan narkoba. Penyalahgunaan narkoba mempunyai pengaruh yang sangat negative terhadap, ekonomi, kesehatan dan social serta berujung pada kejahatan. Penyalahgunaan narkoba tidak hanya berdampak pada penggunanya tetapi juga anggota keluarganya, dan dapat menyebabkan kerugian besar bagi komunitas, negara bagian, dan bangsa. Permasalahan penyalahgunaan narkoba tidak hanya memerlukan pengobatan, namun juga pemberdayaan dan rehabilitasi Masyarakat. Hal penting yang harus diperhatikan adalah pencegahan. Kehidupan sekarang berada di era modern yang dimana semua hal terasa mudah dilakukan hanya bekal teknologi. Penyebaran penyalahgunaan narkoba semakin terselubung dan rentan dilakukan pada remaja yang membuat resah para individu tua. Penyalahgunaan narkoba di kalangan remaja merupakan yang sangat rentang pada kalangan remaja, dimana para remaja dapat mengonsumsi jangka Panjang (puslitdatin, 2019).

Teknologi di zaman sekarang semakin berkembang, teknologi informasi dan komputerisasi membantu manusia untuk melakukan simulasi terhadap persoalan-persoalan kompleks yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Model matematika merupakan representasi dari persoalan dalam melakukan simulasi (Ndi, 2018). Pemodelan matematika berupa menjelaskan suatu fenomena dari sudut pandang matematika, yaitu dinamika perubahan penduduk. Fenomena ini diterjemahkan pada suatu sistem persamaan atau persamaan, contoh ilmu bidang epidemiologi (Hartati & Toaha, 2019). Penyalahgunaan narkoba diasumsikan meluas dari satu ke lainnya, maka penyalahgunaan narkoba pada dinamika penyebarannya dituangkan ke bentuk pemodelan matematika. Masalah prevalensi penyalahgunaan narkoba telah dimodelkan dalam penelitian terdahulu.

Model matematika terkait penyebaran penyalahgunaan narkoba tahun 2019 oleh Fikri L, dkk (Matonya & Kuznetsov, 2019) membahas tentang efek penyalahgunaan narkoba suatu lingkungan masyarakat dengan membentuk model SLHT (*Susceptible, Lighter users, Heavy users, Treatment*) dan peneliti Joan K, dkk melakukan penelitian terkait dampak dari penyalahgunaan zat (obat) oleh pengemudi komersial pada model SDAR (*Susceptible, Lighter users, Heavy users, Rehabilitasi*) (Kanyaa et al., 2018). Berdasarkan fenomena yang telah diamati sebelumnya, peneliti melakukan penelitian dengan menggunakan model yang dimodifikasi dari sudut pandang matematis berdasarkan tema dari peneliti sebelumnya. Peneliti dalam penelitiannya melakukan pembaruan penggabungan model perilaku menurut Fikri, dkk (Matonya & Kuznetsov, 2019), menambahkan kelas yaitu kelas populasi *Recovery* (R) dan menerapkan kontrol optimal untuk meminimalkan penyebaran penyalahgunaan terjadi. Penelitian ini akan menganalisis dinamika penyebaran penyalahgunaan narkoba tingkat berat dengan terdapat penerapan kontrol kampanye serta penguatan terhadap psikologis atau konseling (Aztri & Milla, 2013). Penyalahgunaan narkoba melakukan penoptimalan dengan menggunakan kontrol agar terprediksi pengurangan penyalahgunaan narkoba dikemudian hari (Maloky et al., 2022)

METODE

Penelitian ini dilakukan Juli 2023 yang diawali dengan mengidentifikasi masalah dengan memilih topik yang berkaitan dengan model matematika terhadap penyebaran penyalahgunaan narkoba. Peneliti mempelajari referensi yang terkait dan publikasi peneliti sebelumnya sebagai bahan studi tentang model matematika penyebaran penyalahgunaan narkoba.

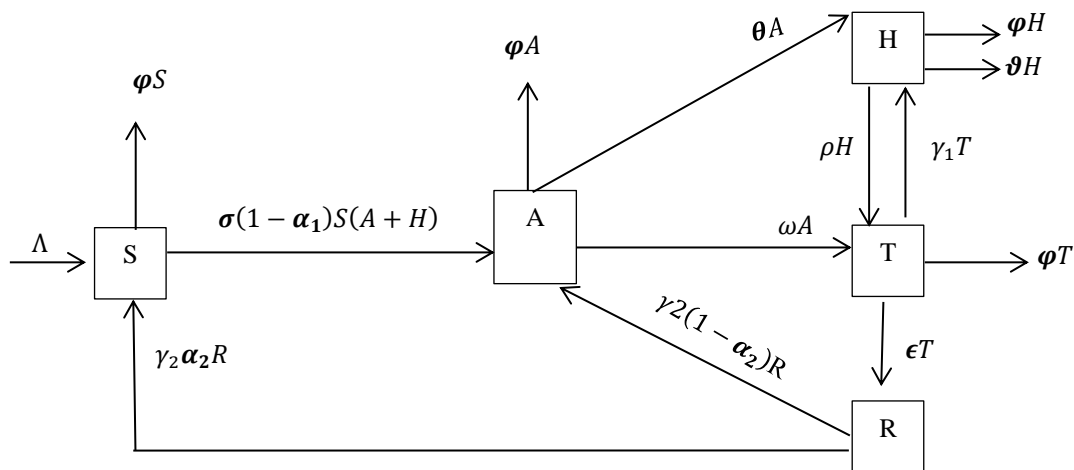
Penelitian ini melakukan formulasi dengan menyusun masalah dan mengkonstruksi model matematika dinamika (Abdul, 2022) penyebaran penyalahgunaan narkoba menggunakan lima kelas populasi yaitu kelas populasi *Susceptible* (S), *Lighter User* (A), *Heavy Users* (H), *Treatment* (T), dan *Recovery* (R). Masalah optimasi yang akan diselesaikan dalam bentuk fungsi tujuan yaitu meminimumkan jumlah kelas R yaitu kelompok manusia yang telah sembuh dan biaya kontrol berupa ϵ yaitu upaya pencegahan pengguna agar tidak kembali menggunakan narkoba rentan menggunakan narkoba dan biaya kontrol berupa α yaitu upaya pemberian edukasi terhadap kelas S yang merupakan kelompok manusia yang rentan.

Penelitian ini berkaitan dengan penelitian kuantitatif. Selanjutnya dengan menggunakan prinsip minimum *Pontryagin* diperoleh bentuk pengontrol yang optimal. Hal pertama yang dilakukan adalah membentuk fungsi Hamilton kemudian membentuk syarat *stationer*, *Costate*, dan persamaan *State*. Simulasi numerik dilakukan untuk memperoleh solusi yang optimal dengan menggunakan nilai awal (Anggriani et al., 2021) dan menggunakan bantuan Software Matlab R2013a. Penarikan kesimpulan dari hasil simulasi numerik dengan metode jumlahan Riemann untuk melihat jumlah individu yang menyalahgunakan narkoba pada tingkatan berat.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Permasalahan yang berkaitan dengan model matematika pada penyebaran penyalahgunaan narkoba dengan dilakukan pengembangan model. Model dinamika meluasnya permasalahan penyalahgunaan narkoba yang dikembangkan menurut Fikri L, dkk (Matonya & Kuznetsov, 2019), kemudian penyelesaian menggunakan pengoptimalan pada teori kontrol optimal. Model yang dikembangkan terdapat hasil lima model kelas populasi, yaitu *Susceptible* (S) populasi individu menggunakan narkoba pada suatu waktu t , *Lighter Users* (A) populasi individu tingkat penyalahgunaan narkoba suatu waktu t , *Heavy Users* (H) populasi individu penyalahgunaan narkoba tingkat berat pada suatu waktu t , *Treatment* (T) populasi individu penyalahgunaan narkoba melakukan pengobatan pada suatu waktu t , dan *Recovery* (R) populasi individu yang mengalami masa penyembuhan pada suatu waktu t . Total populasi pada model dinamika penyebaran penyalahgunaan narkoba pada suatu waktu t dengan simbol $N(t)$.

Sistem dinamika pada penyebaran penyalahgunaan narkoba dari beberapa asumsi dinyatakan dalam Gambar 1.



Gambar 1. Diagram Penyebaran Penyalahgunaan Narkoba

Gambar 1 diperoleh system persamaan diferensial sebagai berikut:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dS(t)}{dt} &= \Lambda - \sigma(1 - \alpha_1)S(A + H) - \varphi S + \gamma_2\alpha_2R \\ \frac{dA(t)}{dt} &= \sigma(1 - \alpha_1)S(A + H) + \gamma_2(1 - \alpha_2)R - (\theta + \varphi + \omega)A \\ \frac{dH(t)}{dt} &= \theta A - (\varphi + \vartheta + \rho)H + \gamma_1T \\ \frac{dT(t)}{dt} &= \rho H + \omega A - (\varphi + \gamma_1 + \epsilon)T \\ \frac{dR(t)}{dt} &= \epsilon T - (\gamma_2)R \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Asumsi dari Gambar 1 yang dituangkan pada **Tabel 1**.

Tabel 1. Asumsi Variabel dan Parameter Model SAHTR

Simbol	Keterangan	Syarat	Satuan
Λ	Laju penetapan individu terekrutmen ke kelas rentan dengan usia minimal 6 tahun	$\Lambda > 0$	Individu /tahun
α_1	Proporsi dampak menerapkan kampanye anti narkoba	$0 \leq \alpha_1 \leq 1$	-
α_2	Proporsi dampak menerapkan penguatan psikolog individu dengan cara konseling	$0 \leq \alpha_2 \leq 1$	-
γ_1	Laju populasi individu menyalahgunakan narkoba dari <i>treatment</i> ke populasi tingkat berat	$\gamma_1 > 0$	1/ tahun
γ_2	Laju perpindahan populasi menyalahgunakan narkoba dari <i>recovery</i> ke tingkatan ringan	$\gamma_2 > 0$	1/ tahun
θ	Laju perpindahan populasi menyalahgunakan narkoba dari tingkat ringan ke tingkat berat	$\theta > 0$	1/ tahun
ϑ	Laju individu meninggal akibat menyalahgunakan narkoba tingkat berat	$\vartheta > 0$	1/ tahun
ρ	Laju perpindahan individu menyalahgunakan narkoba dari tingkat berat ke <i>treatment</i>	$\rho > 0$	1/ tahun
ϵ	Laju populasi menyalahgunakan narkoba dari <i>treatment</i> ke <i>recovery</i>	$\epsilon > 0$	1/ tahun
ω	Laju populasi menyalahgunakan narkoba tingkatan ringan ke <i>treatment</i>	$\omega > 0$	1/ tahun
φ	Laju individu mengalami kematian alami	$\varphi > 0$	1/ tahun
σ	Laju hubungan individu yang menyalahgunakan narkoba pada populasi rentan dengan penyalahgunaan narkoba tingkat ringan dan tingkat berat	$\sigma > 0$	1/ tahun

Penelitian ini akan diselesaikan dengan menggunakan kontrol optimal untuk meminimalkan jumlah individu penyebaran penyalahgunaan narkoba dengan pengendalian kontrol α_1 dan α_2 . Batas kontrol optimal $0 \leq \alpha_1, \alpha_2 \leq 1$, $0 \leq t \leq t_f$ serta t_f merupakan waktu akhir pengontrolan terdefinisi dalam fungsi tujuan yang akan diminimumkan sebagai berikut:

$$\min_{(\alpha_1, \alpha_2)} J = \min_{(\alpha_1, \alpha_2)} \int_0^{t_f} \left(C_1 A(t) + C_2 H(t) + \frac{1}{2} C_3 \alpha_1^2(t) + \frac{1}{2} C_4 \alpha_2^2(t) \right) dt, \quad (2)$$

Koefisien C_1 adalah nilai bobot yang bertujuan untuk megurangi jumlah individu pada tingkatan ringan individu penyalahgunaan narkoba. Koefisien C_2 adalah nilai bobot yang akan megurangi jumlah individu Tingkat berat pada penyalahgunaan narkoba. Koefisien C_3 adalah nilai bobot dari fungsi kontrol α_1 yaitu upaya kampanye anti narkoba dan koefisien C_4 merupakan nilai bobot dari fungsi kontrol α_2 yaitu upaya penyadaran penyalahgunaan narkoba dengan penguatan psikologi melalui konseling. Mempresentasikan persamaan (2) pencarian fungsi kontrol $(\alpha_1^*, \alpha_2^*) \in U$ sedemikian sehingga $J(\alpha_1^*, \alpha_2^*) \leq J(\alpha_1, \alpha_2)$ untuk setiap $(\alpha_1, \alpha_2) \in U$. Langkah selanjutnya berdasarkan prinsip minimum Pontryagin, pertama mencari fungsi Hamilton untuk menyelesaikan fungsi tujuan pada persamaan (2) dengan kendala persamaan (1). Persamaan (2) diperoleh

$$f(t, x, \alpha) = C_1 A(t) + C_2 H(t) + \frac{1}{2} C_3 \alpha_1^2(t) + \frac{1}{2} C_4 \alpha_2^2(t). \quad (3)$$

Menggunakan pengali Lagrange dari persamaan (1) yaitu λ dan λ^T adalah transpose dari λ sehingga fungsi Hamilton diuraikan:

$$\begin{aligned}
 P(t, x, \alpha, \lambda) &= f(t, x, \alpha) + \lambda^T(t)g(t, x, \alpha) \\
 &= C_1A + C_2H + \frac{1}{2}C_3\alpha_1^2 + \frac{1}{2}C_4\alpha_2^2 + \lambda_1(\Lambda - \sigma(1 - \alpha_1(t))S(A + H) - \varphi S + \gamma_2\alpha_2(t)R) \\
 &\quad + \lambda_2(\sigma(1 - \alpha_1(t))S(A + H) + \gamma_2(1 - \alpha_2(t))R - (\theta + \varphi + \omega)A) \\
 &\quad + \lambda_3(\theta A - (\varphi + \vartheta + \rho)H + \gamma_1T) + \lambda_4(\rho H + \omega A - (\varphi + \gamma_1 + \epsilon)T) \\
 &\quad + \lambda_5(\epsilon T - (\gamma_2)R).
 \end{aligned} \tag{4}$$

Langkah kedua Persamaan *state, costate* dan syarat stasioner yang ditentukan dari persamaan (4) sebagai berikut:

a. Persamaan *state*

$$\left. \begin{aligned}
 \dot{S} &= \frac{\partial P}{\partial \lambda_1} = \Lambda - \sigma(1 - \alpha_1(t))S(A + H) - \varphi S + \gamma_2\alpha_2(t)R, \\
 \dot{A} &= \frac{\partial P}{\partial \lambda_2} = \sigma(1 - \alpha_1(t))S(A + H) + \gamma_3(1 - \alpha_2(t))R - (\theta + \varphi + \omega)A \\
 \dot{H} &= \frac{\partial P}{\partial \lambda_3} = \theta A - (\varphi + \vartheta + \rho)H + \gamma_1T, \\
 \dot{T} &= \frac{\partial P}{\partial \lambda_4} = \rho H + \omega A - (\varphi + \gamma_1 + \epsilon)T, \\
 \dot{R} &= \frac{\partial P}{\partial \lambda_5} = \epsilon T - (\gamma_2)R.
 \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

b. Persamaan *costate*

$$\left. \begin{aligned}
 \dot{\lambda}_1 &= -\frac{\partial P}{\partial S} = (\lambda_1 - \lambda_2)(\sigma(1 - \alpha_1(t))(A + H)) + \varphi\lambda_1 \\
 \dot{\lambda}_2 &= -\frac{\partial P}{\partial A} = -C_1 + (\lambda_1 - \lambda_2)(\sigma(1 - \alpha_1(t))S) + (\lambda_2 - \lambda_3)\theta + (\lambda_2 - \lambda_4)\omega + \varphi\lambda_2 \\
 \dot{\lambda}_3 &= -\frac{\partial P}{\partial H} = -C_2 + (\lambda_1 - \lambda_2)(\sigma(1 - \alpha_1(t))S) + (\lambda_3 - \lambda_4)\rho + \lambda_3(\vartheta + \varphi) \\
 \dot{\lambda}_4 &= -\frac{\partial P}{\partial T} = (\lambda_4 - \lambda_3)\gamma_1 + (\lambda_4 - \lambda_5)\epsilon + \lambda_4\varphi \\
 \dot{\lambda}_5 &= -\frac{\partial P}{\partial R} = (\lambda_2 - \lambda_1)(\gamma_2\alpha_2(t)) + (\lambda_5 - \lambda_2)(\gamma_2).
 \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

c. Syarat *stasioner*

α_1 dan α_2 yang optimal dibentuk dari syarat *stasioner*

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha_1 &= \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)(\sigma S(A + H))}{C_3} \\
 \alpha_2 &= \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)(\gamma_2 R)}{C_4}
 \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

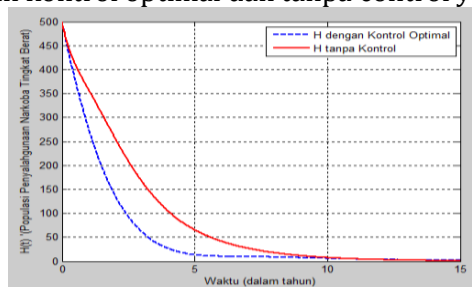
sehingga bentuk kontrol optimal α_1^* dan α_2^* yaitu:

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha_1^* &= \min \left\{ \max \left\{ 0, \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)(\sigma S(A + H))}{C_3} \right\}, 1 \right\} \\
 \alpha_2^* &= \min \left\{ \max \left\{ 0, \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)(\gamma_2 R)}{C_4} \right\}, 1 \right\}
 \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

Data kesehatan pada masyarakat baik negara maju maupun berkembang masih terancam oleh penggunaan narkoba (Ustad Mangku Alam, 2023). Strategi intervensi ketergantungan waktu digunakan oleh peneliti Mushadzes et al., dan setelah empat belas tahun, terprediksi pengurangan penggunaan narkoba yang efektif (Mushayabasa & Tapedzesa, 2015). Bagian ini menggunakan perangkat lunak Matlab untuk melakukan simulasi numerik, menentukan solusi

optimal system dengan memanfaatkan nilai yang diperoleh dari beberapa asumsi untuk simulasi pemberian nilai awal dari masing-masing populasi (Anggriani et al., 2021) adalah $S(0) = 9000, A(0) = 4000, H(0) = 500, T(0) = 2000$, dan $R(0) = 1000$, nilai bobot yang digunakan $C_1 = 10, C_2 = 75, C_3 = 55, C_4 = 50$ dan nilai parameter yang digunakan $\Lambda = 100, \theta = 0.05, \omega = 0.65, \epsilon = 0.8, \sigma = 0.0009, \gamma_1 = 0.07, \rho = 0.5, \varphi = 0.5, \vartheta = 0.2$, dan $\gamma_2 = 0.69$. Metode numerik yang digunakan adalah metode forward-backward sweep. Interval waktu $[t_0, t_f]$ yaitu $t_0 = 0$ dan waktu akhir $t_f = 20$ tahun, begitu pula dengan fungsi kontrol $\alpha_i = (\alpha_{i1}, \dots, \alpha_{in})$ dengan $\alpha_{ij} \approx \alpha_i(b_j), i = 1, 2$ dan $j = 1, \dots, n$. Solusi $x(t)$ dan $\lambda(t)$ dicari dengan menggunakan metode forward-backward Runge-Kutta orde 4. Sedangkan nilai α_i diperbaharui dari setiap iterasi menggunakan $\alpha = \frac{(\alpha_{lama} + \alpha_{baru})}{2}$, dengan α_{baru} diperoleh dari syarat keoptimalan $\frac{\partial P}{\partial \alpha}$ (Toaha & Azis, 2018).

Pada bagian ini, diperoleh hasil simulasi numerik dari model perilaku penyalahgunaan narkoba tingkat berat, dengan kontrol optimal dan tanpa control yang terdapat pada **Gambar 2**.



Gambar 2 Grafik Perubahan Individu Penyalahgunaan Narkoba Tingkat Berat dalam Populasi terhadap Waktu ($t = 15$ tahun)

Pada Gambar 2 merupakan kelas populasi penyalahgunaan narkoba tingkat berat yang dimana merupakan individu sudah mengalami kecanduan. Grafik yang terlihat pada Gambar 2 perbandingan jumlah individu yang menyalahgunakan narkoba tingkat berat dengan kontrol optimal dan tanpa kontrol. Pada gambar tersebut, terlihat kedua grafik mengalami penurunan sejak tahun pertama. Salah satu penyebab penurunan pada grafik tersebut adalah kompartemen sebelumnya yaitu individu yang menyalahgunakan narkoba tingkat ringan mengalami dua kemungkinan yaitu masuk ke dalam kompartemen individu yang menyalahgunakan narkoba tingkat berat atau kompartemen individu yang melakukan treatment.

Grafik individu yang menyalahgunakan narkoba tingkat berat mengalami penurunan yang lebih awal dan lebih cepat dibandingkan dengan grafik tanpa diterapkannya kontrol optimal. Hal ini disebabkan karena pada kompartemen sebelumnya yang berdasarkan grafik perbandingan jumlah individu yang menyalahgunakan narkoba tingkat ringan dengan diterapkannya kontrol optimal berupa upaya penerapan kampanye anti narkoba dan upaya penerapan penguatan terhadap psikologi diri lewat konseling mengalami penurunan lebih awal dibandingkan dengan tanpa adanya penerapan kontrol yang mengalami kenaikan populasi individu sejak tahun pertama. Hal ini berarti, individu dari kelas tingkat penyalahgunaan narkoba ringan dengan diterapkannya kedua kontrol tersebut menjadi lebih sedikit yang masuk ke dalam kelas penyalahgunaan narkoba tingkat berat sehingga pada gambar 2 ini grafik individu penyalahgunaan narkoba tingkat berat mengalami penurunan yang lebih awal. Hal ini menunjukkan bahwa penerapan kontrol optimal berupa upaya penerapan kampanye anti narkoba dan upaya penerapan penguatan terhadap psikologi diri lewat konseling pada kompartemen sebelumnya memberikan hasil yang lebih baik dalam mengurangi individu yang menyalahgunakan narkoba tidak hanya pada kelas individu tingkat penyalahgunaan narkoba ringan, akan tetapi juga berpengaruh pada individu penyalahgunaan narkoba tingkat berat.

Berdasarkan hasil grafik perubahan individu penyalahgunaan narkoba tingkat berat dalam populasi terhadap waktu ($t=15$ tahun) yang telah diperoleh pada gambar 2, selanjutnya akan dihitung akumulasi individu penyalahgunaan narkoba tingkat berat (H) yang minimum dari $t = 0$ sampai dengan $t = t_f = 180$ (bulan) dengan biaya penerapan kontrol α_1 dan α_2 . Untuk

menentukan akumulasi individu penyalahgunaan narkoba tingkat berat (H) yang minimum dengan kontrol optimal dan tanpa kontrol pada gambar 2, akan digunakan integral numerik dengan metode jumlahan *Riemann* atau partisi. Metode ini merupakan salah satu jenis aproksimasi atau hampiran integral menggunakan metode penjumlahan terbatas. Jumlahan Riemann dihitung dengan mempartisi atau membagi daerah yang ingin dihitung menjadi beberapa bagian dengan bentuk tertentu (persegi panjang, trapesium, parabola, atau kubik). Luas dari semua bagian tersebut kemudian dihitung dan dijumlahkan. Bagian-bagian kecil tersebut tidak selalu tepat menutupi semua daerah sehingga menyebabkan luas daerah yang dihitung menggunakan jumlahan Riemann akan berbeda dari luas sebenarnya. Namun, kesalahan ini dapat diminimalisir dengan membagi wilayah menjadi bagian yang lebih kecil dalam jumlah yang lebih banyak. Saat bagian tersebut semakin kecil, luas yang didapat melalui hampiran ini akan semakin mendekati integral Riemann. (Ergene & Özdemir, 2021)

Metode jumlahan Riemann (Sasongko & Mahatma, 2016) yang akan digunakan untuk menentukan akumulasi jumlah individu penyalahgunaan narkoba tingkat berat (H) yang minimum dengan mempartisi atau membagi daerah yang ingin dihitung menjadi 1000 bagian dengan bentuk persegi panjang. Hasil yang diperoleh adalah:

- Grafik dengan Kontrol Optimal
Berdasarkan grafik kontrol optimal pada gambar 2, hasil luasan daerah grafik tersebut yang dihitung dengan menggunakan metode jumlahan integral Riemann adalah 7.152. Hal ini berarti bahwa ada minimal sebanyak 7.152 individu yang menyalahgunakan narkoba tingkat berat selama waktu pengamatan yaitu 180 bulan.
- Grafik Tanpa Kontrol
Berdasarkan grafik tanpa kontrol pada gambar 2, hasil luasan daerah grafik tersebut yang dihitung dengan menggunakan metode jumlahan integral Riemann adalah 11.729. Hal ini berarti bahwa ada minimal sebanyak 11.729 individu yang menyalahgunakan narkoba tingkat berat selama waktu pengamatan yaitu 180 bulan.

KESIMPULAN

Model matematika pada penelitian ini adalah dinamika penyebaran individu menyalahgunakan narkoba terdiri dari lima kompartemen yaitu individu yang mudah menyalahgunakan narkoba *Susceptible* (S), individu dengan tingkat menyalahgunakan narkoba ringan atau *Lighter Users* (A), tingkat berat atau *Heavy Users* (H), penyalahgunaan narkoba melakukan pengobatan atau *Treatment* (T), dan penyalahgunaan narkoba yang mengalami masa pemulihansetelah melakukan rehabilitasi *Recovery* (R) adanya penerapan kontrol optimal berupa dampak pemberian kampanye anti narkoba dan menguatkan psikologi diri melalui konseling. Penerapan pada kontrol optimal dapat meminimalkan terjadinya penyebaran penyalahgunaan narkoba. Hasil simulasi numerik mengungkapkan bahwa, untuk populasi yang sudah menderita kecanduan atau penyalahgunaan narkoba yang parah, menerapkan kontrol optimal yaitu, menerapkan kampanye anti-narkoba dan memperkuat psikologi diri melalui konseling, memiliki dampak yang sangat positif. Hasil kesimpulan penggunaan metode jumlahan Riemann pada jumlah individu penyalahgunaan narkoba tingkat berat (H) yang minimum, kedua nilai luasan daerah grafik jumlah individu dengan kontrol optimal dan tanpa kontrol adanya penerapan kontrol yang optimal yaitu upaya penerapan kampanye anti narkoba dan upaya penerapan penguatan terhadap psikologi diri lewat konseling, maka individu yang menyalahgunakan narkoba tingkat berat dapat ditekan dengan jumlah minimal hanya 7.152 individu yang menyalahgunakan narkoba tingkat berat dibandingkan dengan tanpa kontrol yang jumlah minimal individu yang menyalahgunakan narkoba tingkat berat adalah 11.729 individu. Hal ini menunjukkan bahwa dengan adanya penerapan kontrol yang optimal tersebut berhasil menurunkan sebanyak 37,87% pengguna narkoba tingkat berat. Kesimpulan yang ditarik dari lima kompartemen implementasi kontrol adalah bahwa pendidikan publik yang lebih besar diperlukan, untuk membuat model yang lebih realistis dan berpotensi mengurangi penyalahgunaan narkoba bahkan lebih. Peneliti mengusulkan menambahkan kontrol optimal

untuk kelas tertentu penyalahgunaan narkoba berat dalam model penyebaran penyalahgunaan narkoba.

UCAPAN TERIMA KASIH

Terima kasih untuk seluruh yang membantu berjalannya penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdul, N. U. R. S. (2022). Analisis Dinamik Model Matematika Penyebaran Penyakit Kolera Dengan Strategi Vaksinasi. *Skripsi*, 1(412416030).
- Anggriani, N., Toaha, S., & Kasbawati, K. (2021). Optimal Control Of Mathematical Models On The Dynamics Spread Of Drug Abuse. *Jurnal Matematika, Statistika Dan Komputasi*, 17(3), 339–348.
- Aztri, S., & Milla, M. N. (2013). Rasa Berharga Dan Pelajaran Hidup Mencegah Kekambuhan Kembali Pada Pecandu Narkoba Studi Kualitatif Fenomenologis. *Jurnal Psikologi*, 9(1), 48–63.
- Dr. Pittara. (2022, March 14). *Penyalahgunaan Napza*. www.alodokter.com.
- Ergene, Ö., & Özdemir, A. Ş. (2021). Understanding The Definite Integral With The Help Of Riemann Sums. *Participatory Educational Research*, 9(3), 445–465.
- Hartati, H., & Toaha, S. (2019). Stability Analysis Of Seiseir-Sei Modelling On The Dynamics Of Spread Dengue Fever With Vaccination And Insecticide. *Journal Of Physics: Conference Series*, 1341(6), 062033.
- Kanyaa, J. K., Osman, S., & Wainaina, M. (2018). Mathematical Modelling Of Substance Abuse By Commercial Drivers. *Global Journal Of Pure And Applied Mathematics*, 14(9), 1149–1165.
- Majid, A. (2020). *Bahaya Penyalahgunaan Narkoba*. Alprin.
- Maloky, M. M., Mangobi, J. U. L., & Maukar, M. G. (2022). Preemptive Goal Programming Untuk Penjadwalan Perawat Di Ruang Icu. *Marisekola: Jurnal Matematika Riset Edukasi Dan Kolaborasi*, 3(1), 49–56. <https://doi.org/10.53682/marisekola.v3i1.2414>
- Matonya, F. L., & Kuznetsov, D. (2019). Mathematical Modelling On The Effects Of Drug Abuse To The Societies. *Annals Of Pure And Applied Mathematics*, 19(1), 21–35.
- Mushayabasa, S., & Tapedzesa, G. (2015). Modeling Illicit Drug Use Dynamics And Its Optimal Control Analysis. *Computational And Mathematical Methods In Medicine*, 2015.
- Ndii, M. Z. (2018). *Pemodelan Matematika Dinamika Populasi Dan Penyebaran Penyakit Teori, Aplikasi, Dan Numerik*. Deepublish.
- Puslitdatin. (2019, August 12). *Penggunaan Narkotika Di Kalangan Remaja Meningkat*. Bnn.Go.Id.
- Sasongko, L., & Mahatma, T. (2016). The Estimation Of Renewal Functions Using The Mean Value Theorem For Integrals (Mevti) Method. *D'cartesian: Jurnal Matematika Dan Aplikasi*, 5(2), 111–120.
- Toaha, S., & Azis, M. I. (2018). Stability And Optimal Harvesting Of Modified Leslie-Gower Predator-Prey Model. *Journal Of Physics: Conference Series*, 979(1), 012069.
- Ustad Mangku Alam. (2023, June 27). *Kemenko Pmk Dorong Inisiatif Pemberantasan Narkotika Melalui Kolaborasi Lintas Sektor*. <https://www.kemenkopmk.go.id/kemenko-pmk-dorong-inisiatif-pemberantasan-narkotika-melalui-kolaborasi-lintas-sektor>.